

第三章 整式及其加减

1 认识代数式

第一课时

素养 导航

理解用字母表示数的意义。

基础 知识

知识点 用字母表示数的意义

字母可以表示_____。用字母表示数,能把_____和_____一般而又简明地表达出来,为研究和叙述问题带来方便。字母可以像数一样进行运算和推理,得到的结论具有一般性。

注意事项:

(1)同一问题中不同的数或数量关系要用不同的字母表示;

(2)用字母表示数,具有任意性,但要考虑实际意义和取值范围。字母的取值必须使这个问题有意义,并且符合实际。

例题 边讲

例 1 儿歌《数青蛙》中唱到“一只青蛙一张嘴,两只眼睛四条腿,扑通一声跳下水;两只青蛙两张嘴,四只眼睛八条腿,扑通扑通跳下水;三只青蛙三张嘴,六只眼睛十二条腿,

扑通扑通扑通跳下水……”

你能帮小明续写儿歌吗?试一试吧!

四只青蛙_____张嘴,_____只眼睛_____条腿,_____声扑通跳下水。

n 只青蛙_____张嘴,_____只眼睛_____条腿,_____声扑通跳下水。

【点拨】 要找出青蛙的数量与嘴的数量、眼睛的数量、腿的数量、“扑通”这一声音数量之间的关系。

【答案】 四 八 十六 四 n $2n$
 $4n$ n

【变式训练 1】 在我国,常将十二生肖用于记年,排列顺序为子鼠、丑牛、寅虎、卯兔、辰龙、巳蛇、午马、未羊、申猴、酉鸡、戌狗、亥猪。已知 2024 年是“辰龙”年,则 2050 年是“_____”年。

例 2 某商场举办促销活动,促销的方法是将原价 x 元的衣服以 $(\frac{4}{5}x - 10)$ 元出售。

下列说法中,能正确表达该商场促销方法的是 ()

- A. 原价减去 10 元后再打八折
- B. 原价打八折后再减去 10 元
- C. 原价减去 10 元后再打两折
- D. 原价打两折后再减去 10 元

【点拨】 “ $\frac{4}{5}x$ ”即原价打八折,因此

$\frac{4}{5}x - 10$ 表示原价打八折后再减去10元。

【答案】 B

【变式训练 2】 购买2个单价为 a 元的面包和5瓶单价为 b 元的饮料,所需钱数为

()

- A. $(2a+5b)$ 元 B. $2(a+b)$ 元
C. $(5a+2b)$ 元 D. $2(a+5b)$ 元

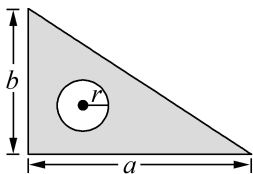
同步训练

基础巩固

1. 一个长方形的周长为20,长为 x ,这个长方形的面积为 ()

- A. $10x$ B. $x(10+x)$
C. $x(20-x)$ D. $x(10-x)$

2. 如图所示,三角尺的面积为 ()



- A. $ab - r^2$ B. $\frac{1}{2}ab - r^2$
C. $\frac{1}{2}ab - \pi r^2$ D. ab

3. 买 x 台空调花费 y 元,则买10台这样的空调花费 ()

- A. $10 \cdot \frac{x}{y}$ 元 B. $10xy$ 元
C. $10 \cdot \frac{y}{x}$ 元 D. $10y$ 元

4. 某件商品的标价是 a 元,为了尽快销售,打八折出售,则现在的售价是_____元。

5. 小明同学到文具商店为学校美术组的30名同学购买铅笔和橡皮,已知铅笔每支 m 元,橡皮每块 n 元。若给每名同学买2支铅笔和3块橡皮,则一共需要_____元。

6. 一个两位数,十位数字是 a ,个位数字是 b ,则这个两位数可以表示为_____。

7. 已知一件商品的进价为 a 元,超市标价 b 元出售。后因季节原因,超市将此商品打八折促销。如果促销后这件商品还有盈利,那么此时这件商品盈利多少元?

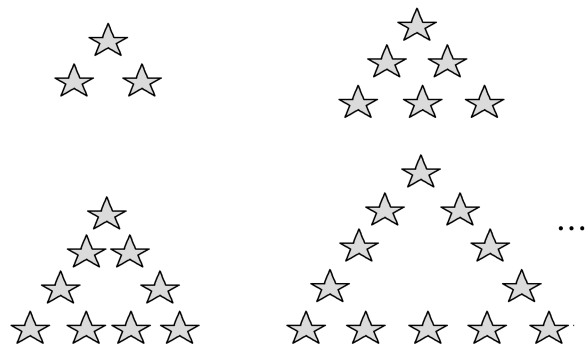
能力提高

8. 观察下列图形,根据发现的规律填空。

(1)第5个图形共有_____颗星星;

(2)第2 024个图形共有_____颗星星,

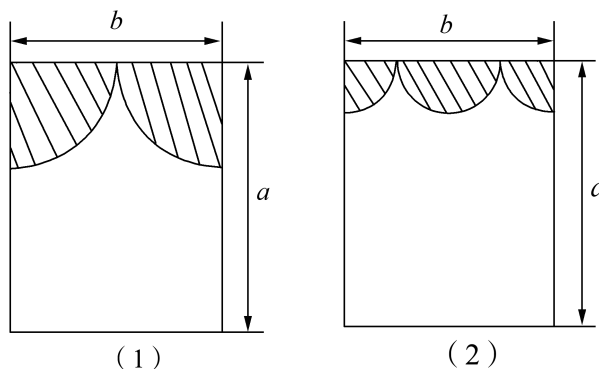
第 n 个图形共有_____颗星星。



9. 已知 A, B 两地相距 150 km , 小华驾驶汽车以 $v \text{ km/h}$ 的速度从 A 地驶往 B 地。请用代数式表示:

- (1) 小华从 A 地到 B 地需要的时间;
- (2) 如果汽车每小时多行驶 10 km , 那么小华从 A 地到 B 地需要多长时间?
- (3) 在(2)的情况下, 小华从 A 地到 B 地比原计划少用多长时间?

10. 小亮房间窗户的窗帘如图(1)所示, 它是由两个四分之一圆(半径相同)组成的。



(1) 请用代数式表示窗帘的面积: _____; 请用代数式表示窗户能射进阳光的面积: _____; (结果保留 π)

(2) 小亮又设计了如图(2)所示的窗帘(由一个半圆和两个四分之一圆组成, 圆的半径相同), 请你帮他算一算此时窗户能射进阳光的面积是否更大? 如果更大, 大了多少?

第二课时

素养 导航 >>

1. 借助现实情境了解代数式, 能分析具体问题中的简单数量关系, 并用代数式表示。
2. 能根据特定的问题查阅资料, 找到所需的公式。

基础 知识 >>

知识点 代数式的定义

代数式是用运算符号(_____)把_____或_____连接而成的式子。单独一个_____或一个_____也是代数式。

注意事项: 代数式的书写

- (1) 数乘字母, 数在前;
- (2) 数乘字母、字母乘字母, “ \times ”要省略;

(3)“带分数”要先化为“假分数”再乘字母;

(4)“÷”号要用“—”代替;

(5)含有“+”或“-”的代数式,若有单位,代数式要加“()”。

例题 边讲 >>

例 1 购买单价为 c 元的球拍 n 个,付了 450 元,应找回_____元;若买 8 个,单价为 52 元,则应找回_____元。

【点拨】 总价 = 单价 \times 数量,找回的钱数 = 付出的钱数 - 总价。

【答案】 $450 - cn$ 34

【变式训练 1】 某品牌彩电降价 30% 后,每台售价为 a 元,则该品牌彩电每台的原价为_____元。

例 2 根据叙述写代数式。

(1) m 的 3 倍与 n 的差的平方:_____;

(2) a 的平方的 2 倍与 3 的差:_____。

【点拨】 注意叙述的顺序及表示,如: m 的 3 倍与 n 的差为 $3m - n$,差的平方为 $(3m - n)^2$ 。

【答案】 $(3m - n)^2$ $2a^2 - 3$

【变式训练 2】 $(x + 2)^2$ 用文字语言叙述为:_____。

同步 训练 >>

基础巩固

1. 下列代数式符合书写要求的是 ()

A. $7 \frac{1}{2}xy$ B. $ab \times 9$

C. $\frac{xy^3}{5}$ D. $1 \div a$

2. 代数式 $2(y - 2)$ 的正确含义是 ()

- A. 2 乘 y 减 2
B. 2 与 y 的积减去 2
C. y 与 2 的差的 2 倍
D. y 的 2 倍减去 2

3. 一次环保知识竞赛共有 25 道题,规定答对一道题得 4 分,答错或不答一道题扣 1 分。在这次竞赛中,设小明答对了 x 道题,则小明的得分为 ()

- A. $25 - x$ B. $4x - (25 - x)$
C. $3x + 25$ D. $4x$

4. 某公司员工的月工资为 a 元,增长了 15%,则他现在的工资是_____元。

5. 原计划用 m km/h 的速度走完 s km 的路程,而实际每小时多走 1 km,则实际比原计划少用_____ h。

6. 一个三位数,个位数字是 a ,十位数字是 b ,百位数字是 c ,这个三位数是_____。

7. 设甲数为 x ,用代数式表示乙数。

(1)甲数比乙数少 10;

(2)甲、乙两数的差为 15;

(3)甲数的 3 倍比乙数多 6;

(4) 甲数的一半比乙数少 9;

(5) 甲数增加其 $\frac{1}{3}$ 得到乙数;

(6) 甲数增加其 $1\frac{1}{3}$ 得到乙数。

④ 能力提高

8. 一项工程, 甲独做需 a 天完工, 乙独做完工时间比甲多 3 天。

(1) 分别求甲、乙的工作效率;

(2) 甲、乙两人合做每天完成的工作量是多少?

9. 设托运行李 M kg (M 为整数) 的费用为 N 元, 已知托运第 1 个 1 kg 需付 2 元, 以后每增加 1 kg (不足 1 kg, 按 1 kg 计) 需增加 0.5 元, 试写出表示托运行李费用 N 的代数式。

10. 某厂生产一批电视机, 每天生产 a 台, 计划生产 b 天。为提前投放市场, 需提前 2 天完成。

(1) 计划生产这批电视机的总量为多少台?

(2) 用代数式表示该厂实际每天应生产多少台。

第三课时

素养 导航

1. 能分析具体问题中的数量关系,并用代数式表示。
2. 能根据特定的问题查阅资料,找到所需的公式。

基础 知识

知识点 用代数式表示实际问题中的数量关系

用_____表示的结论具有一般性。同一个代数式可以表示不同实际问题中的_____。

例题 选讲

例 1 请对代数式 $\frac{1}{2}a$ 的实际意义作出解释。

【点拨】 关键是将代数式中的字母 a 赋予一个具体的实际含义。

【解】 答案不唯一,如:小明每小时走 a m,半小时走 $\frac{1}{2}a$ m。

【变式训练 1】 请对代数式 $(5a+10b)$ 的实际意义作出解释:_____。

例 2 某旅游景点的门票价格是成人票每张 60 元,学生票是成人票的一半。一个旅游团有 x 名成人和 y 名学生,则这个旅游团买门票应付_____。(用代数式表示)

【点拨】 买门票的费用 = 成人的费用 + 学生的费用。

【答案】 $(60x+30y)$ 元

【变式训练 2】 已知甲、乙两地相距 150 km,一辆汽车的行驶速度为 a km/h,则这辆汽车从甲地到乙地需要行驶的时间为_____。(用代数式表示)

同步 训练

基础巩固

1. 有 15 名学生参加知识竞赛,其中 10 名学生的平均成绩是 x 分。若另外 5 名学生每人得 84 分,则这 15 名学生的平均成绩是 ()

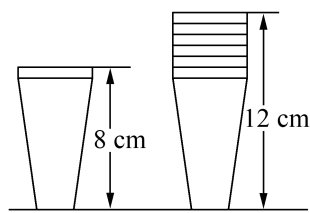
A. $\frac{x+84}{2}$ 分

B. $\frac{10x+420}{15}$ 分

C. $\frac{10x+84}{15}$ 分

D. $\frac{10+420}{15}$ 分

2. 1 个纸杯和 6 个纸杯叠放在一起的示意图如图所示,量得 1 个纸杯的高度为 8 cm,6 个叠放在一起的纸杯的高度为 12 cm,则 n 个这样的纸杯按照同样方式叠放在一起,总高度(单位:cm)是 ()



A. $8 + \frac{4}{5}n$

B. $7.2 + \frac{4}{5}n$

C. $8 + \frac{2}{3}n$

D. $7.2 + \frac{3}{2}n$

3. 某商品的进价为 m 元/件,商家将进价提高 80% 标价出售。销售旺季过后,商家又以标价六折的价格开展促销活动,那么促

销时该商品的售价为 ()

- A. $1.08m$ 元/件 B. $0.48m$ 元/件
C. $1.04m$ 元/件 D. $0.72m$ 元/件

4. 如图,一个长方形表示一张餐桌,一个小圆点代表一把椅子,则按如图所示的方式摆放 n 张餐桌需要的椅子数是_____。



5. 甲、乙两船从同一港口同时出发反向而行,甲船顺水而行,乙船逆水而行。已知两船在静水中的速度都是 50 km/h,水流的速度是 a km/h,则 3 h 后甲船比乙船多航行_____ km。(用代数式表示)

6. (1)某书店出售图书的同时,推出一项租书业务。每租 1 本书,租期不超过 3 天,每天租金 a 元;租期超过 3 天,从第 4 天开始每天加收 b 元。如果租看 1 本书 7 天归还,那么租金为_____元。

(2)请对代数式 $a^2 - \pi r^2$ 的实际意义作出解释:_____。

7. 已知甲、乙两地之间的距离为 100 km,某人从甲地到乙地的速度为 v km/h。

- (1)求此人从甲地到乙地所用的时间;
(2)如果速度减少 2 km/h,那么此人走完全程比原来多用多长时间?(用代数式表示)

④ 能力提高

8. 为了合理利用淡水资源,某市自来水公司规定:当每户居民每月的用水量不超过 6 m^3 时,按 a 元/ m^3 收费;超过 6 m^3 时,超过的部分按 b 元/ m^3 收费($b > a$)。小莹家三月份共用水 9 m^3 ,应缴水费多少元?

9. 观察等式的规律,并解答下列问题。

$$a_1 = \frac{1}{2} \times \left(\frac{2}{1} + \frac{2}{2} \right), a_2 = \frac{1}{2} \times \left(\frac{2}{2} + \frac{2}{3} \right),$$

$$a_3 = \frac{1}{2} \times \left(\frac{2}{3} + \frac{2}{4} \right), a_4 = \frac{1}{2} \times \left(\frac{2}{4} + \frac{2}{5} \right),$$

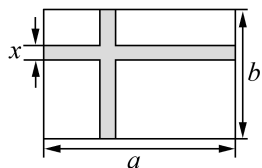
...

- (1)第 5 个等式为_____,第 n 个等式为_____ (用含 n 的代数式表示, n 为正整数);

- (2)设 $S_1 = a_1 - a_2, S_2 = a_3 - a_4, \dots, S_{1009} = a_{2017} - a_{2018}$,求 $S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{1009}$ 的值。

10. 如图, 在长为 a m、宽为 b m 的长方形地面上修两条同样宽的道路, 余下的部分作为绿化地, 路宽 x m。

- (1) 用代数式表示绿化地的面积;
 (2) 若绿化地每平方米造价 15 元, 道路每平方米造价 150 元, 则该工程需花费多少元?



第四课时

素养导航

- 能在具体情境中求出代数式的值, 并解释它的实际意义。
- 感受字母取值的变化与代数式的值的变化之间的关系, 能根据代数式的值推断一些代数式所反映的规律。

基础知识

知识点 代数式的值

一般地, 用 _____ 代替代数式中的 _____, 计算所得的结果叫作 _____。

注意事项:

代数式的值由其所含字母的取值确定, 并随字母取值的变化而变化。

例题边讲

例 1 已知当 $x = -2$ 时, 代数式 $ax^3 + bx + 1$ 的值为 -111 , 则当 $x = 2$ 时, 代数式 $ax^3 + bx + 1$ 的值为多少?

【点拨】 把 $x = -2$ 代入代数式求得 $8a + 2b$ 的值。当把 $x = 2$ 代入时, 得到的代数式中也含有 $8a + 2b$, 然后整体代入即可。

【解】 当 $x = -2$ 时,

$$a \times (-2)^3 + b \times (-2) + 1 = -111,$$

$$\text{即 } -8a - 2b + 1 = -111,$$

$$\text{所以 } 8a + 2b = 112.$$

当 $x = 2$ 时, $ax^3 + bx + 1 = a \times 2^3 + b \times 2 + 1 = 8a + 2b + 1 = 112 + 1 = 113$ 。

【变式训练 1】 当 $a = -1, b = 2, c = 3$ 时, 求下列代数式的值:

$$(1) 3a - 2b + c; \quad (2) \frac{a+c}{a-b}.$$

例 2 某中学组织学生到距离学校 9 km 远的博物馆参观。学生小华因有事未能赶上包车,于是准备在学校门口直接乘出租车去博物馆。出租车的收费标准如下表:

里程	收费/元
3 km 以内(含 3 km)	10.00
3 km 以外,每增加 1 km	2.40

(1) 设小华乘出租车的里程为 x km ($x > 3$), 试用含 x 的代数式表示他应付的车费;

(2) 如果小华身上仅有 25 元钱, 那么他能乘出租车从学校到博物馆吗?

【点拨】 利用分段讨论的思想解决问题。3 km 以内收费均为 10 元; 超过 3 km 后, 所需费用 = 起步费用 + 超过 3 km 的费用。

【解】 (1) 应付的车费为

$$2.4(x-3)+10=2.4x+2.8(x>3)。$$

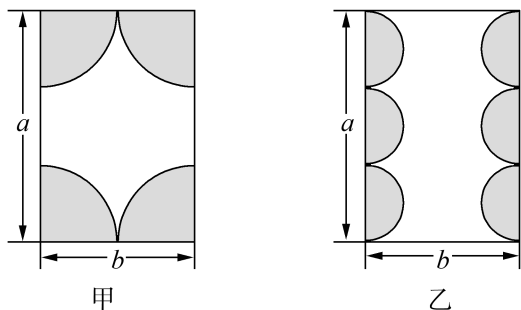
(2) 将 $x=9$ 代入上式, 得

$$2.4 \times 9 + 2.8 = 24.4 (\text{元})。$$

因为 $25 > 24.4$,

所以 25 元钱够了。

【变式训练 2】 如图, 甲、乙两个相同的厂房内分别安装了电风扇, 阴影部分表示每台电风扇吹到风的面积(相同大小的半圆和四分之一圆的半径分别相同)。



(1) 用含 a, b 的式子分别表示甲、乙厂房未吹到风的面积; [提示: $(\frac{b}{2})^2 = \frac{b^2}{4}, (\frac{a}{6})^2 = \frac{a^2}{36}$]

(2) 当 $a=3, b=2$ 时, 请通过计算说明哪个厂房未吹到风的面积大, 大多少? (π 取 3)

同步训练

基础巩固

1. 当 $m=-1$ 时, 代数式 $2m+3$ 的值是

()

- A. -1 B. 0
C. 1 D. 2

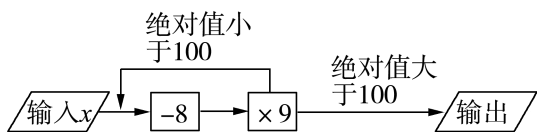
2. 若 $a^2-4a-12=0$, 则 $2a^2-8a-8$ 的值为

()

- A. 24 B. 20
C. 18 D. 16

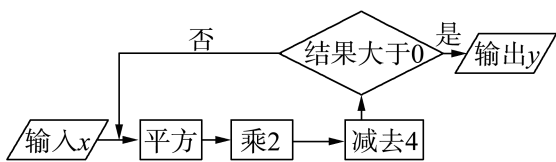
3. 在某段时间内, 计算机按如图所示的程序工作。如果输入的数是 2, 那么输出的数是

()



- A. 54 B. -54
C. 558 D. -558

4. 若 $a=5$, $|b|=3$, 则 $a-b$ 的值为_____。
5. 根据如图所示的程序计算, 如果输入的 x 为 -1 , 那么输出的 $y=$ _____。



6. 若 $a-3b=-5$, 则 $2(a-3b)^2+3b-a-15=$ _____。
7. 求下列代数式的值:

(1) $3x^2+3xy-9$, 其中 $x=2, y=-3$;

(2) $2a+2b+3ab$, 其中 $a+b=-5, ab=3$ 。

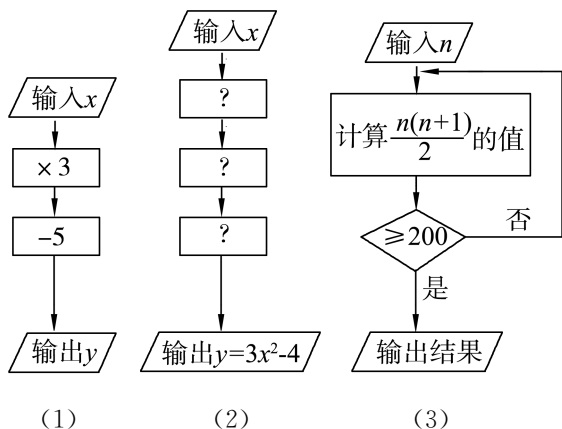
④ 能力提高

8. 已知 a, b 互为相反数, c, d 互为倒数, m 的

绝对值为 2, 求 $\frac{|a+b|}{3m^2+1}+6m-5cd$ 的值。

9. 某快递公司承办 A, B 两地的快递业务, 收费标准如下: 货物的质量不超过 10 千克时, 每千克收费 10 元; 货物的质量超过 10 千克时, 超过的部分每千克收费 6 元。
(1) 设货物的质量为 x 千克, 当 $x \leq 10$ 时, 应收_____元; 当 $x > 10$ 时, 应收_____元。
(2) 当货物的质量为 6.5 千克和 25 千克时, 分别应收多少元?
(3) 若某单快递总费用为 280 元, 则此单快递的货物质量为多少千克?

10. 如图,有三种运算程序,请按要求完成下列各题。



- (1) 如图(1),当输入的 $x = -2$ 时,输出的 $y =$ _____;
- (2) 如图(2),第一个带“?”的运算框内应填 _____,第二个带“?”的运算框内应填 _____,第三个带“?”的运算框内应填 _____;
- (3) 如图(3),当输入的 $n = 3$ 时,输出的结果为 _____。

第五课时

素养 导航

- 通过具体实例了解单项式、多项式、整式及其有关概念。
- 理解多项式的概念,能准确确定多项式的项数和每项的次数。

基础 知识

知识点一 单项式及其有关概念

- _____ 与 _____ 的乘积,这样的代数式叫作单项式。
- 单项式中的 _____ 叫作这个单项式

的系数。

3. 所有字母的 _____ 叫作这个单项式的次数。

注意事项:

- 单独的一个数或者一个字母也是单项式;
- 单项式的系数是 1 或 -1 时,“1”通常省略不写,但“-1”的符号不能省略;
- 字母因数的指数如果是 1,通常也省略不写。

知识点二 多项式及其有关概念

- 几个单项式的 _____ 叫作多项式。
- 在多项式中,每个 _____ 叫作多项式的项,不含 _____ 的项叫作常数项。
- _____ 和 _____ 统称为整式。

例题 边讲

例 1 单项式 $-\frac{4\pi a^2 b}{5}$ 的系数是 _____, 次数是 _____。

【点拨】 要紧扣单项式系数及次数的定义,系数是“数字因数(包括负号, π 也是数字因数)”,次数是“所有字母的指数和”。

【答案】 $-\frac{4\pi}{5}$ 3

【变式训练 1】 指出下列单项式的系数和次数:

$$\frac{\pi x^2}{8}, -mn, -\frac{1}{3}x^4 y, -qp^2, -a, 2\pi x.$$

例 2 在代数式 $2a^2b, 3xy-2y^2, \frac{a^2+b^2}{2}$,

$4, -m, \frac{x+yz}{2x}, \frac{ab-c^2}{\pi}$ 中, 多项式有 ()

- A. 2 个 B. 3 个
C. 4 个 D. 5 个

【点拨】 代数式 $3xy-2y^2, \frac{a^2+b^2}{2}$ 是多

项式; 代数式 $\frac{x+yz}{2x}$ 中, 分母含有字母, 不是数

与字母的积; 代数式 $\frac{ab-c^2}{\pi}$ 中, π 是数, 可化成

$$\frac{ab}{\pi} - \frac{c^2}{\pi}.$$

【答案】 B

【变式训练 2】 下列多项式分别有几项? 各项分别是什么?

(1) x^3-x+1 ;

(2) $x^3-2x^2y^2+3y^2$;

(3) $a^3-a^2b+ab^2-b^3$.

同步训练

基础巩固

1. 若单项式 $-\frac{2}{3}x^2y$ 的系数是 m , 次数是 n ,

则 mn 的值为 ()

- A. -2 B. -6 C. -4 D. $-\frac{4}{3}$

2. 下列结论中正确的是 ()

A. 单项式 $\frac{\pi x^2 y}{4}$ 的系数是 $\frac{1}{4}$, 次数是 4

B. 单项式 m 的次数是 1, 系数为 0

C. 多项式 $2x^2+xy^2+3$ 是二次三项式

D. 在 $\frac{1}{x}, 2x+y, \frac{1}{3}a^2, \frac{x-y}{3}, \frac{5y}{4x}, 0$ 中, 整式

有 4 个

3. 观察单项式: $-2a, 4a^2, -8a^3, 16a^4, \dots$, 按此规律第 n 个单项式是 ()

- A. $2^n a^n$ B. na^n
C. $2na^n$ D. $(-2)^n a^n$

4. 已知单项式 $-x^{2m-1}y^2$ 的次数是 5, 则 m 的值是_____。

5. 代数式 $ab - \frac{3}{5}\pi xy - \frac{1}{8}x^3y^3$ 的项分别是

_____, 其中 $-\frac{3}{5}\pi xy$ 的系数是_____。

6. 多项式 $-8a^4+a-2a^2-4a^3$ 降幂排列后, 第二项为_____。

7. 把下列代数式分别填入相应集合的括号内。

$$3-xy, -3x^2+\frac{1}{2}, -\frac{xy^2}{2}, 3\frac{1}{2}, -\frac{1}{x}, x^3,$$

$$\frac{1}{8}x^3 - a^2x^2 + x, x + y + z, \frac{100}{x} - 3.$$

单项式集合: { };

多项式集合: { }。

④ 能力提高

8. 已知多项式 $\frac{1}{5}x^{m+1}y^2 + 2xy^2 - 4x^3 + 1$ 中的

项 $\frac{1}{5}x^{m+1}y^2$ 的次数是 6, 单项式 $26x^{2n}y^{5-m}$

的次数也是 6, 求 $(-m)^3 + 2n$ 的值。

9. 已知关于 x 的多项式 $(a+b)x^5 + (b-2) \cdot$

$x^3 - 2(a-1)x^2 - 2ax - 3$ 中不含 x^3 和 x^2

项, 当 $x = -1$ 时, 求这个多项式的值。

10. 已知甲、乙两地相距 s km, 客车每小时行驶 40 km, 轿车每小时行驶 50 km。

(1) 客车从甲地到乙地需要行驶多长时间?

(2) 如果轿车和客车同时从甲地出发去乙地, 那么轿车比客车早到多少小时?

(3) 在(1)(2)中列出的代数式是单项式还是多项式? 如果是多项式, 多项式有几项? 每项的系数分别是什么?

2 整式的加减

第一课时

素养 导航

1. 理解同类项的概念。
2. 会合并同类项,并利用其解决问题。

基础 知识

知识点一 同类项的定义

像 $8n$ 与 $5n$, $2xy$ 与 $3xy$, $-7a^2b$ 与 $2a^2b$ 这样所含 _____ 相同,并且相同 _____ 的 _____ 也 _____ 的项,叫作同类项。

知识点二 合并同类项的定义

把同类项合并成 _____ 叫作合并同类项。

知识点三 合并同类项的法则

合并同类项时,把同类项的 _____,字母和字母的 _____ 不变。

注意事项:

同类项与字母和字母的指数有关,与字母的顺序和单项式的系数无关。

例题 选讲

例 1 下列各组代数式中,不属于同类项的是 ()

- A. $-3x^2y$ 与 yx^2
- B. $4a^3b$ 与 $5ab^3$
- C. -6 与 1
- D. m^3n^2 与 $3n^2m^3$

【点拨】 同类项必须具备两个条件:一是所含字母相同,二是相同字母的指数分别相同,二者缺一不可。

【答案】 B

【变式训练 1】 已知 $-3x^{2m+1}y^{3n-2}$ 与 x^5y^n 是同类项,则 $m+n=$ _____。

例 2 合并下列多项式中的同类项:

$$5ab - 4a^2b - 8ab^2 + 3ab - ab^2 - 4a^2b.$$

【点拨】 合并同类项前,可以先用不同的标志分别标出同类项,然后合并。

$$\begin{aligned} \text{【解】 } & 5ab - 4a^2b - 8ab^2 + 3ab - ab^2 - 4a^2b \\ &= (5ab + 3ab) + (-4a^2b - 4a^2b) + (-8ab^2 - ab^2) \\ &= 8ab - 8a^2b - 9ab^2. \end{aligned}$$

【变式训练 2】 合并同类项:

$$-4ab - 6 + 3b^2 + 5ab + 6.$$

同步 训练

基础巩固

1. 下列各组代数式中,属于同类项的是 ()
 - A. x 与 x^2
 - B. m^2n 与 n^2m
 - C. a 与 b
 - D. $-\frac{1}{2}x^2y$ 与 $8yx^2$

2. 下列计算正确的是 ()

A. $x+x+x=x^3$

B. $6xy-y=6x$

C. $8a^3-7a^2=a$

D. $-3ab^2+7b^2a=4ab^2$

3. 若单项式 $a^{m-1}b^2$ 与 $\frac{1}{2}a^2b^n$ 的差仍是单项式, 则 n^m 的值是 ()

A. 3 B. 6 C. 8 D. 9

4. 请写出一个能与 $-5x^3y$ 合并成一项的单项式: _____。

5. 如果单项式 $-2ab^{m+1}$ 与 $\frac{4}{3}a^{n-2}b^3$ 是同类项, 那么 $(m-n)^{2024} =$ _____。

6. 已知三个连续的偶数中, 最小的一个是 $2n$, 则这三个数的和是 _____。

7. 已知关于 x, y 的多项式 $my^3+3nx^2y+2y^3-x^2y+y$ 不含三次项, 求 $2m+3n$ 的值。

④ 能力提高

8. 合并同类项:

(1) $2m^2+1-3m-7-3m^2+5;$

(2) $x^2y-3xy^2+2yx^2-y^2x。$

9. 已知关于 x 的代数式 $\frac{1}{4}mx^3-2x^3+\frac{2}{3}x^2-2x+3$ 合并同类项后不含 x^3 项, 求 m 的值。

10. 已知代数式 $2x^m y$ 与 $-2024yx^3$ 是同类项, 求 $(9m-28)^{2024}$ 的值。

第二课时

素养 导航

1. 掌握合并同类项的法则。
2. 能够熟练合并同类项并代入求值。

基础 知识

知识点 多项式的次数

合并同类项后的多项式中, 次数 _____ 的项的次数, 叫作多项式的次数。

注意事项:

多项式中如果有同类项, 应先合并同类项进行化简, 再代入求值。

例题 选讲

例 1 已知整式 $x^{n-2} - 6x + 1$ 是关于 x 的三次三项式, 求 n 的值。

【点拨】 多项式的次数是指多项式中次数最高的项的次数, 利用 $n-2=3$ 可求出 n 的值。

【解】 三次三项式的最高次项的次数为 3, 所以 $n-2=3$, 所以 $n=5$ 。

【变式训练 1】 将多项式 $4x^2 - 7x + 5 - 3x^2 + 6x + 2$ 合并同类项后是 _____ 次 _____ 项式。

例 2 化简求值: $3ab - 5ab^3 + 0.5a^3b - 3ab^2 + 5ab^3 - 4.5a^3b$, 其中 $a=1, b=\frac{1}{2}$ 。

【点拨】 先找准同类项, 然后进行合并, 再将所给字母的值代入, 最后求值。

【解】 $3ab - 5ab^3 + 0.5a^3b - 3ab^2 + 5ab^3 - 4.5a^3b = 3ab + (-5ab^3 + 5ab^3) + (0.5a^3b - 4.5a^3b) - 3ab^2 = 3ab - 4a^3b - 3ab^2$ 。

当 $a=1, b=\frac{1}{2}$ 时,

$$\begin{aligned} \text{原式} &= 3 \times 1 \times \frac{1}{2} - 4 \times 1^3 \times \frac{1}{2} - 3 \times 1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \\ &= \frac{3}{2} - 2 - \frac{3}{4} \\ &= -\frac{5}{4}。 \end{aligned}$$

【变式训练 2】 化简求值:

$\frac{1}{2}x^2y - xy + 3xy^2 + \frac{3}{2}x^2y - 4xy^2 - \frac{1}{2}xy$, 其中 $x=1, y=-1$ 。

同步 **训练** >>

④ 基础巩固

1. 若多项式 $x^2 - 3kxy - 3y^2 + xy - 8$ 化简后不含 xy 项, 则 k 的值为 ()
 A. 0 B. $-\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. 3
2. 已知关于 x, y 的多项式 $(-3kxy + 3y) + (9xy - 8x + 1)$ 不含二次项, 则 $k =$ ()
 A. 4 B. $\frac{1}{3}$ C. 3 D. $\frac{1}{4}$
3. 若 $3x^{m+5}y^2$ 与 $2^3x^8y^{n+4}$ 的差仍是一个单项式, 则代数式 n^m 的值为 ()
 A. -8 B. 6 C. -6 D. 8
4. 已知关于 x, y 的多项式 $5x^2y - 2xy + ax^2y + y - 1$ 不含三次项, 则 a 的值为_____。
5. 已知长方形的宽为 $3a - b$, 长比宽的 2 倍少 b , 则这个长方形的周长为_____。
6. 把 $(a - b)$ 看成一个整体, $3(a - b) + 2(a - b) - 4(a - b)$ 合并同类项后为_____。
7. (1) 已知 $-3x^a y^2$ 与 $2xy^b$ 是同类项, 求多项式 $-a^2b + 3ab^2 - a^2b - 4ab^2 + 2a^2b$ 的值。

(2) 已知 $(a - 2)^2 + |b - 1| = 0$, 求多项式 $2a - 3a^2b + 2ab^2 - a^2b + 3ab^2 - a$ 的值。

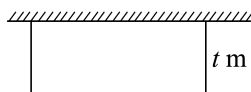
④ 能力提高

8. 已知多项式 $-\frac{2}{3}x^2y^{m+1} + xy^2 - 2x^3 + 8$ 是六次四项式, 单项式 $-\frac{3}{5}x^{3n}y^{5-m}$ 的次数与此多项式的次数相同, 求 m, n 的值。

9. 有长为 l m 的篱笆, 利用它和房屋的一面墙围成如图所示的长方形园子, 园子的宽为 t m。

(1) 用含 l, t 的代数式表示园子的面积;

(2) 当 $l=100, t=30$ 时, 求园子的面积。



10. “整体思想”是中学数学解题中的一种重要思想, 在多项式的化简与求值中应用极为广泛。例如: 把 $(a+b)$ 看成一个整体, $3(a+b)+2(a+b)=(3+2)(a+b)=5(a+b)$ 。

请应用“整体思想”解答下列问题:

(1) 化简: $3(x+y)^2 - 5(x+y)^2 + 7(x+y)^2$;

(2) 已知 $a^2 + 2a + 1 = 0$, 求 $2a^2 + 4a - 3$ 的值。

第三课时

素养导航 >>

1. 掌握去括号法则, 能正确地去括号。
2. 能利用去括号法则解决简单的问题。

基础知识 >>

知识点一 去括号法则

括号前是“+”, 把括号和它前面的“+”去掉后, 原括号里各项的符号_____;

括号前是“-”, 把括号和它前面的“-”去掉后, 原括号里各项的符号_____。

注意事项: 括号前是负号的, 去括号时不要忘记改变符号(不要忘记括号内各项都要乘以系数的绝对值)。

知识点二 去括号法则的实质

去括号法则的实质是_____的应用。

例题选讲 >>

例 1 根据去括号法则, 在横线上填上“+”或“-”号, 使等号成立。

$$(1) a \quad \quad (-b+c) = a-b+c;$$

$$(2) a \quad \quad (b-c+d) = a-b+c-d;$$

$$(3) \quad \quad (a-b) \quad \quad (c-d) = a-b-c+d.$$

【点拨】 熟练掌握去括号法则的内容和依据, 运用时注意符号和系数。

【答案】 (1)+ (2)- (3)+ -

【变式训练 1】 下列去括号正确吗? 如有错误, 请改正。

(1) $-(a-b) = -a-b$;

(2) $5x-(2x-1)-x^2 = 5x-2x+1+x^2$;

(3) $3xy-(xy-y^2) = 3xy-xy+y^2$ 。

例 2 计算:

(1) $(2x-3y)+(5x+4y)$;

(2) $(8a-7b)-(4a-5b)$ 。

【点拨】 先去括号, 再合并同类项。

【答案】 (1) $7x+y$ (2) $4a-2b$

【变式训练 2】 计算:

(1) $a-(2a+b)+2(a-2b)$;

(2) $3(5x+4)-(3x-5)$ 。

2. 下列去括号正确的是 ()

A. $-(a+b-c) = -a+b-c$

B. $-2(a+b-3c) = -2a-2b+6c$

C. $-(-a-b-c) = -a+b+c$

D. $-(a-b-c) = -a+b-c$

3. 已知 $3x^2-4x+6$ 的值为 9, 则 $x^2-\frac{4}{3}x+6$ 的值为 ()

A. 7

B. 18

C. 12

D. 9

4. 化简: $-(-5a+1) =$ _____; $(a-b)-(a+b) =$ _____。

5. 多项式 x^2-2x+1 与多项式 _____ 的和是 $3x-2$ 。

6. 三个小队种树, 第一小队种了 x 棵, 第二小队种的树比第一小队种的树的 2 倍还多 8 棵, 第三小队种的树比第二小队种的树的一半少 6 棵, 三个小队共种树 _____ 棵。

7. 先化简, 再求值:

$x^2+(-x^2+3xy+2y^2)-(x^2-xy+2y^2)$,

其中 $x=1, y=3$ 。

同步 训练

基础巩固

1. 化简 $-2(m-n)$ 的结果为 ()

A. $-2m-n$

B. $-2m+n$

C. $2m-2n$

D. $-2m+2n$

能力提高

8. 计算:

$$(1) (x^2 - y^2) - 4(2x^2 - 3y);$$

$$(2) 3b - 2c - [-4a + (c + 3b)] + c.$$

9. 已知多项式 $3x^2 - 2x + 1$ 减去多项式 A 的差是 $4x^2 - 3x + 4$, 求多项式 A 。

10. 小明在计算一个多项式加上 $5ab + 4bc - 3ac$ 时, 不小心看成减去 $5ab + 4bc - 3ac$, 算出的结果为 $3ab - 4bc + 5ac$, 试求原题目的正确答案。

第四课时

素养 导航 >>

1. 会进行整式的加减运算, 并能说明其中的算理。
2. 发展符号意识, 体会整式加减运算的必要性。

基础 知识 >>

知识点一 整式加减运算

进行整式加减运算时, 如果遇到括号要先_____ , 再_____ 。

知识点二 整式加减运算的实质

整式加减运算的实质是_____ 和_____ 的综合应用。

例题 选讲 >>

例 1 计算: $3a + 2b + (5a - b)$ 。

【点拨】 先去括号, 再合并同类项。

【答案】 $8a + b$

【变式训练 1】 计算： $a - (2a + b) + (a - 2b)$ 。

例 2 一个三位数，它的个位数字是 x ，十位数字比个位数字大 1，百位数字比个位数字小 2，则这个三位数是_____。

【点拨】 三位数 = $100 \times$ 百位数 + $10 \times$ 十位数 + 个位数。

【答案】 $111x - 190$

【变式训练 2】 已知一个三角形的周长为 $5a + 6$ ，第一条边长为 $3a + 2b$ ，第二条边长为 $a - 2b + 2$ ，求第三条边的长。

3. 已知 $|a - 2| + (b + 3)^2 = 0$ ，则 $(a + 5b) - (3b - 2a) - 1$ 的值为 ()

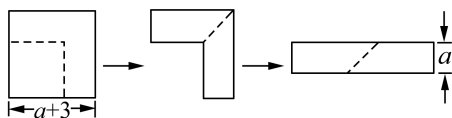
A. -11 B. -1

C. 11 D. 1

4. $(a + b - c) - (2a - b - 3c) =$ _____。

5. 当 $x = 1, y = \frac{1}{5}$ 时， $3x(2x + y) - 2x(x - y) =$ _____。

6. 如图，从边长为 $(a + 3)$ 的正方形纸片中剪去一个边长为 3 的正方形，剩余部分沿虚线剪拼成一个长方形（不重叠，无缝隙），则拼成的长方形的另一边长是_____。



7. 已知 $A = 3a^2 - 2ab + b, B = 2a^2 + ab - b$ 。

(1) 求 $3B - 2A$ 的值；

(2) 若 $3A - 2B$ 的值与 b 的取值无关，求 a 的值。

同步训练

基础巩固

1. 已知一个多项式与 $3x^2 + 9x$ 的和等于 $3x^2 + 4x - 1$ ，则这个多项式是 ()

A. $5x + 1$ B. $-5x - 1$

C. $-13x - 1$ D. $13x + 1$

2. 化简 $5(2x - 3) + 4(3 - 2x)$ 的结果为 ()

A. $2x - 3$ B. $2x + 9$

C. $8x - 3$ D. $18x - 3$

能力提升

8. 已知多项式 $A = x^2 - x + b, B = x^2 - ax + 3$ ，且 $A - B = x + 2$ ，求 a, b 的值。

9. 先去括号,再合并同类项:

$$(1) a - (2a + b) + (a - 2b);$$

$$(2) (8x - 3y) - (4x + 3y - z) + 2z.$$

10. 已知一个三角形的周长为 48, 第一条边长为 $3a + 2b$, 第二条边长的 2 倍比第一条边长短 $a - 2b + 2$, 求第三条边的长。

第五课时

素养 导航

能运用整式的加减运算解决实际问题。

基础 知识

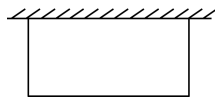
知识点 整式的加减运算

整式的加减运算是运用乘法分配律、去

括号、合并同类项等的过程,注意分析实际问题中的数量关系。

例题 边讲

例 1 如图,学校要利用围墙建一个长方形的自行车停车场,其他三面用护栏围起来。其中与围墙平行的一边长为 $(2a + 3b)$ m, 与围墙垂直的边长比它少 $(a - b)$ m。



(1) 用含 a, b 的式子表示与围墙垂直的边长;

(2) 求护栏的长度;

(3) 若 $a = 30, b = 10$, 每米护栏的造价为 80 元, 求建此停车场所用护栏的费用。

【点拨】 (1) 与围墙垂直的边长 = 与围墙平行的一边长 $-(a - b)$;

(2) 护栏的长度 = $2 \times$ 与围墙垂直的边长 + 与围墙平行的一边长;

(3) 把 a, b 的值代入(2)中的代数式进行求值即可。

【解】 (1) 依题意得 $(2a + 3b) - (a - b) = 2a + 3b - a + b = (a + 4b)$ m。

(2) 护栏的长度 = $2(a + 4b) + (2a + 3b) = 4a + 11b$ 。

答: 护栏的长度是 $(4a + 11b)$ m。

(3) 由(2)知护栏的长度是 $4a + 11b$,

则 $(4 \times 30 + 11 \times 10) \times 80 = 18\ 400$ (元)。

答: 建此停车场所需要护栏的费用是 18 400 元。

【变式训练 1】 某校七年级有象棋、足球、演讲、美术共四个社团，其中参加象棋社团的有 x 人，参加足球社团的人数比参加象棋社团的人数的 2 倍少 y 人，参加演讲社团的人数比参加足球社团人数的一半多 1 人，每名学生限报一项，参加社团的学生共有 $(6x-3y)$ 人。

(1) 足球社团有多少人？(用含 x, y 的式子表示)

(2) 足球社团比演讲社团多多少人？(用含 x, y 的式子表示)

(3) 若 $x = 64, y = 40$ ，求美术社团的人数。

例 2 先化简，再求值： $2(3a^2b - ab^2) - (-2ab^2 + 3a^2b)$ ，其中 $a = -1, b = \frac{1}{3}$ 。

【点拨】 根据整式的运算法则可求出答案。

【解】 原式 $= 6a^2b - 2ab^2 + 2ab^2 - 3a^2b$
 $= 3a^2b$ 。

当 $a = -1, b = \frac{1}{3}$ 时，

原式 $= 3 \times (-1)^2 \times \frac{1}{3}$

$= 3 \times \frac{1}{3}$

$= 1$ 。

【变式训练 2】 已知 $A = 2x^2 - xy + 2x - 2, B = x^2 - xy - y$ 。

(1) 求 $A - 2B$ ；

(2) 若 $A - 2B$ 的值与 y 的取值无关，求 x 的值。

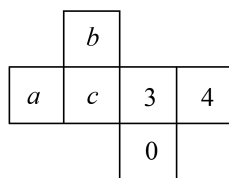
同步 **训练** >>

基础巩固

1. 若一个代数式减去 $-2x$ 得 $-2x^2 - 2x + 1$ ，则这个代数式为 ()

- A. $-x^2 + 1$
- B. $-2x^2 - 4x + 1$
- C. $-2x^2 + 1$
- D. $-2x^2 - 4x$

2. 如图是一个正方体的展开图，若相对面上的两个数互为相反数，则代数式 $2(a - b^2) - 3(b^2 + c)$ 的值是 ()

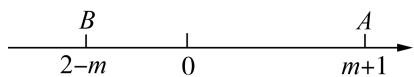


- A. 6
- B. -6
- C. 18
- D. -18

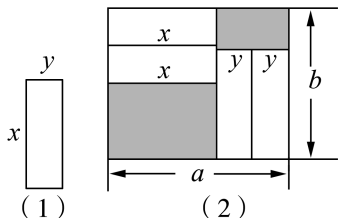
3. 将四个数 a, b, c, d 排列成 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$, 并且规定 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$ 。若 $\begin{vmatrix} x+2 & 1-x \\ 3 & 2 \end{vmatrix}$ 的值为 6, 则 x 的值为 ()
- A. 1 B. 5 C. -1 D. -5

4. 多项式 _____ 与 $m^2 + m - 2$ 的和是 $m^2 - 2m$ 。

5. 如图, 在数轴上, 点 A, B 表示的数分别是 $m+1, 2-m$, 则 AB 的长为 _____。



6. 把四张形状相同的小长方形卡片(图(1), 卡片长为 x , 宽为 y) 不重叠地放在一个底面为长方形(长为 a , 宽为 b) 的盒子底部(图(2)), 盒子底面未被卡片覆盖的部分用阴影表示, 则图(2)中两块阴影的周长和是 _____。(用只含 b 的代数式表示)



7. (1) 计算:

$$2(3m^2 - mn + 7) - 3(-m^2 + 2mn + 7).$$

(2) 先化简, 再求值:

$$a^2b + (-5ab^2 + a^2b) - 2(a^2b - 2ab^2), \text{ 其中 } a = -1, b = 3.$$

(3) 已知 $a^2 - ab = 10, ab - b^2 = 6$, 求下列多项式的值:

① $a^2 - 2ab + b^2$; ② $b^2 - a^2$ 。

能力提高

8. 某同学做一道题: 已知两个多项式 A, B , 求 $A - B$ 的值。他误将“ $A - B$ ”看成了“ $A + B$ ”, 经过计算得到的结果是 $x^2 + 14x - 6$, 其中 $A = -2x^2 + 5x - 1$ 。

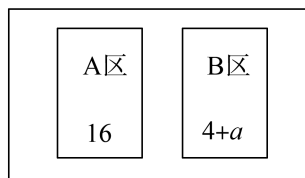
(1) 请你帮助这位同学求出正确的结果;

(2) 若 x 是最大的负整数, 求 $A - 2B$ 的值。

9. 小刚看到小明在做一道数学题：“化简： $(ax^2+6x+8)-(6x+5x^2+2)$ ”，小刚据此题提出了下列问题，你能帮他解决吗？
- (1) 如果这个整式化简后是常数，求 a 的值；
 - (2) 若 $a=1, x=2$ ，求原式的值；
 - (3) 若 $x=1$ ，原式的值为 4，求 a 的值。

是 16 和 $4+a$ 。

- (1) 将如图所示的初始状态按 2 次按键后，分别求 A, B 两个区域显示的结果；
- (2) 计算(1)中 A 区整式减去 B 区整式的差，这个差能为负数吗？请说明理由。



10. 小明在学习电脑编程时，设计了一个小程序。如图，程序界面分为 A, B 两个区，每按一次按键，A 区就会自动把初始显示值加上 a^2+2a ，同时 B 区会把初始显示值自动乘以 2，并在各自区域显示化简后的结果。已知 A, B 两个区域初始显示值分别

3 探索与表达规律

第一课时

素养 导航 >>

1. 通过观察、操作、猜测、推理等活动，使学生初步认识图形与数字的排列规律，能够根据图形的排列规律找出数字的排列规律。

2. 经历由特殊到一般和由一般到特殊的过程，体会代数推理的特点和作用。

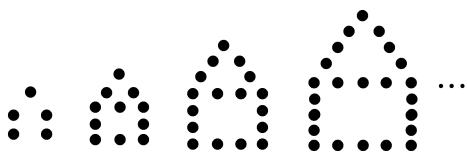
基础 知识 >>

知识点 探索图形的变化规律

根据几个形式比较简单的图形列出序号及对应的数量关系，分析其内在联系，列出_____并加以验证，确保其正确性。

例题 选讲

例 1 如图,用棋子摆成下列“小屋子”。



(1)摆第 1 个“小屋子”用了 5 枚棋子,摆第 2 个用了多少枚棋子? 摆第 3 个用了多少枚棋子?

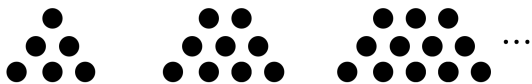
(2)按照这样的规律摆下去,摆第 10 个这样的“小屋子”需要多少枚棋子? 摆第 n 个需要多少枚棋子?

【点拨】 方法一:从“数”的角度。通过观察可知,每一个图形的棋子数依次为 5,11,17,23,⋯,因此第 n 个“小屋子”的棋子数为 $5+6(n-1)=6n-1$ 。

方法二:从“图形”的角度。通过观察每一个图形的棋子数,发现后面一个“小屋子”总比前面一个多用 6 枚棋子,进而概括出摆第 n 个“小屋子”需要 $5+6(n-1)=6n-1$ 枚棋子。

【答案】 (1)11 17 (2) $6n-1$

【变式训练 1】 用棋子摆出下列一组图形:

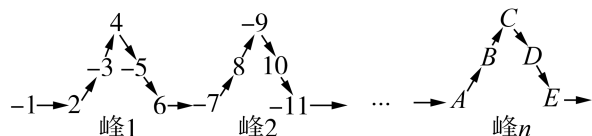


按照这种规律摆下去,第 n 个图形用的棋子数为 ()

A. $3n$ B. $6n$ C. $3n+6$ D. $3n+3$

例 2 将有理数 $-1, 2, -3, 4, -5, 6, \dots$ 按如图所示的方式有序排列。根据图中的排

列规律可知,“峰 1”中峰顶的位置(C 的位置)是有理数 4,那么“峰 7”中 C 的位置是有理数 _____, $-2\ 026$ 应排在 A, B, C, D, E 中的 _____ 的位置。



【点拨】 由图知,每个峰需要 5 个数,且第奇数个峰值是正偶数,第偶数个峰值是负奇数。

$$\because 6 \times 5 = 30,$$

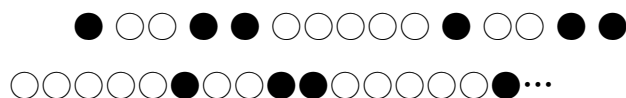
$$\therefore \text{“峰 7”中 } C \text{ 的位置是 } 30 + 1 + 3 = 34.$$

$$\because (2\ 026 - 1) \div 5 = 405,$$

$$\therefore -2\ 026 \text{ 在 } E \text{ 位置.}$$

【答案】 34 E

【变式训练 2】 观察下列球的排列规律(其中●是实心球,○是空心球):



从第 1 个球起到第 2 024 个球止,实心球共有 _____ 个。

同步 训练

基础巩固

1. 观察下列一串数: $0, 2, 4, 6, \dots$, 第 n 个数是 ()

A. $2(n-1)$ B. $2n-1$

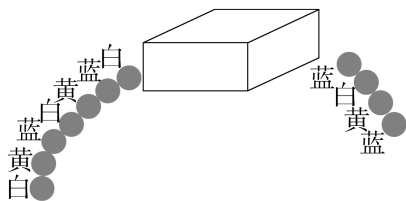
C. $2(n+1)$ D. $2n+1$

2. 如图所示,下列图形都是由相同的小五角星按照一定的规律摆成的。按此规律摆下去,若第 n 个图形中有 155 颗小五角星,则 n 的值为 ()



- A. 50 B. 51 C. 52 D. 53

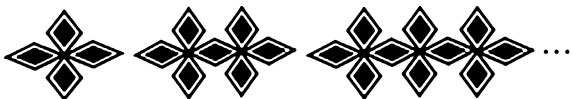
3. 如图,有一串彩色的珠子,按白、黄、蓝的顺序重复排列,其中有一部分放在盒子里,则放在盒子里的颗数可能是 ()



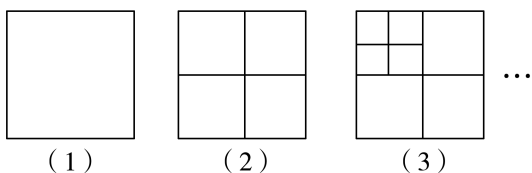
- A. 102 B. 103 C. 104 D. 105

4. 观察下面一列有规律的数: $-1, 5, -9, 13, -17, 21, \dots$, 第 2 024 个数为_____。

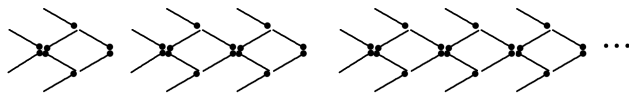
5. 如图所示是用“ \blacklozenge ”按一定规律排列而成的图案,第 1 个图案由 4 个“ \blacklozenge ”组成,第 2 个图案由 7 个“ \blacklozenge ”组成,第 3 个图案由 10 个“ \blacklozenge ”组成,则第 n (n 是正整数) 个图案由_____个“ \blacklozenge ”组成。



6. 如图,将正方形(1)作如下操作:第 1 次,分别连接各边中点,得到 5 个正方形,如图(2);第 2 次,将图(2)左上角的正方形再按上述方法分割,得到 9 个正方形,如图(3)……根据以上操作,要得到 2 025 个正方形,需要操作的次数是_____。



7. 如图,用火柴棒按以下方式搭小鱼。



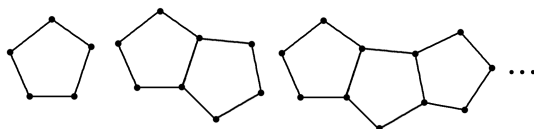
- (1) 搭 1 条、2 条、3 条这样的小鱼分别需要多少根火柴棒?

- (2) 搭 n 条这样的小鱼需要多少根火柴棒?

- (3) 计算搭 100 条这样的小鱼所需的火柴棒根数。

能力提高

8. 如图,用一些火柴棒按规律摆图案。



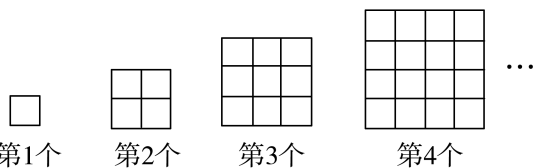
- (1) 摆第 1 个图案需要_____根火柴棒,摆第 2 个图案需要_____根火柴棒,摆第 3 个图案需要_____根火柴棒;

(2)按照这种方式摆下去,摆第 n 个图案需要多少根火柴棒?

(3)若摆某个图案需要 121 根火柴棒,则这是第几个图案?

(3)第 n 个图形比第 $(n-1)$ 个图形多几个小正方形?

9. 用同样大小的正方形纸片,按以下方式拼大正方形。



(1)第 1 个图形中有 1 个小正方形;
第 2 个图形比第 1 个图形多 _____ 个小正方形;

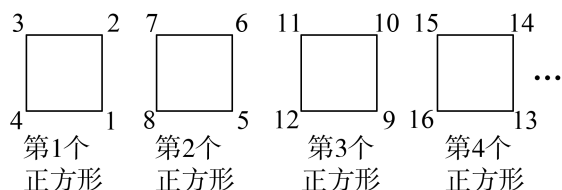
第 3 个图形比第 2 个图形多 _____ 个小正方形;

第 4 个图形比第 3 个图形多 _____ 个小正方形;

.....

(2)第 100 个图形比第 99 个图形多几个小正方形?

10. 观察图中正方形四个顶点的数字规律。



(1)数字“30”在第 _____ 个正方形的 _____;

(2)请用含有 n (n 是整数,且 $n \geq 1$) 的式子表示正方形四个顶点的数字规律;

(3)数字“2 024”应标在什么位置?

第二课时

素养导航

1. 通过观察、猜测、推理,探索日历中的规律,并能用代数式或等式来表示这些规律。
2. 通过观察、猜测、推理其他图形或者式子中蕴含的规律,培养观察能力、抽象思维能力。

基础知识

知识点 日历中的规律

根据日历表的排列,分析其内在联系,用_____表示其关系,并加以验证,确保其正确性。

例题选讲

例 1 把正整数 $1, 2, 3, 4, \dots, 2\ 024$ 按如图所示的方式排列。

(1)如图,用一个正方形框任意框住 4 个数,记左上角的一个数为 x ,则另三个数用含 x 的式子表示,从小到大依次是 _____, _____, _____。

(2)当(1)中被框住的 4 个数之和等于 416 时, x 的值为多少?

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
.....						

【点拨】 将框中的四个数的内在关系推广。

【答案】 (1) $x+1$ $x+7$ $x+8$

(2) $x=100$

【变式训练 1】 如图,将连续的奇数 $1, 3, 5, 7, \dots$, 排列成如下的数表,用十字框框出 5 个数。

1	3	5	7	9	11
13	15	17	19	21	23
25	27	29	31	33	35
37	39	41	43	45	47
.....					

(1)十字框框出的 5 个数字的和与框正中间的数 31 有什么关系?

(2)将十字框上下左右平移,可框出另外 5 个数,设中间的数为 a ,用代数式表示十字框框出的 5 个数字之和。

(3) 十字框框出的 5 个数字之和能等于 2 024 吗? 如果能, 分别写出十字框框出的 5 个数; 如果不能, 请说明理由。

例 2 观察下列等式:

$$1 \times \frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{2}; \quad \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3};$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}; \quad \frac{1}{4} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{4} - \frac{1}{5};$$

...

(1) 用含字母 n (n 为正整数) 的等式表示你发现的规律: _____;

(2) 利用等式计算: $\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} + \frac{1}{(x+3)(x+4)} =$ _____。

【点拨】 (1) 通过观察可得第 n 个等式为 $\frac{1}{n} \times \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ 。

(2) 根据(1)中的规律, 原式 $= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3} + \frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+4}$, 然后求解即可。

【答案】 (1) $\frac{1}{n} \times \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$

(2) $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+4}$

【变式训练 2】 观察下列等式:

$$a_1 = \frac{1}{1 \times 3} = \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{3}\right);$$

$$a_2 = \frac{1}{3 \times 5} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right);$$

$$a_3 = \frac{1}{5 \times 7} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7}\right);$$

$$a_4 = \frac{1}{7 \times 9} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{9}\right);$$

...

(1) $a_5 =$ _____ $=$ _____;

(2) 用含有 n 的代数式表示第 n 个等式:

$$a_n =$$
 _____ $=$ _____ (n 为正整数);

(3) 求 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_{100}$ 的值。

同步训练 >>

基础巩固

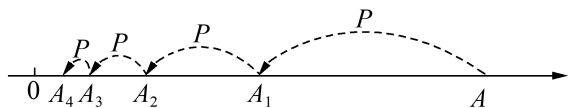
1. 按规律排列的一组数据: $\frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \square, \frac{7}{17}, \frac{9}{26}$,

$\frac{11}{37}, \dots$, 其中 \square 内应填的数是 ()

A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{5}{11}$ C. $\frac{5}{9}$ D. $\frac{1}{2}$

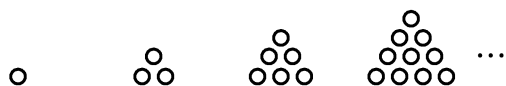
2. 如图, 一个质点 P 从距原点 1 个单位的 A 点向原点方向跳动, 第 1 次跳到 OA 的中点 A_1 处, 第 2 次从 A_1 点跳到 OA_1 的中点 A_2

处,第3次从 A_2 点跳到 OA_2 的中点 A_3 处。如此不断跳动下去,则第 n 次跳动后,该质点到原点 O 的距离为 ()



- A. $1 - \frac{1}{2^n}$ B. $\frac{1}{2^{n-1}}$
 C. $(\frac{1}{2})^{n+1}$ D. $\frac{1}{2^n}$

3. 将一些相同的“○”按如图所示的方式摆放,观察每个图形中“○”的个数,若第 n 个图形中“○”的个数是78,则 n 的值是 ()



- A. 11 B. 12 C. 13 D. 14

4. 观察下面一列有规律的数: $-\frac{1}{3}, \frac{2}{9}, -\frac{3}{27}, \frac{4}{81}, \dots$ 。根据规律可知,第5个数是_____,第 n 个数是_____。

5. 如图,三个田字格内的数有相同的规律,根据此规律, $C=$ _____。

1	3
5	20

3	5
7	56

5	A
B	C

6. 如图,将一些半径相同的小圆按规律摆放:第1个图形有6个小圆,第2个图形有10个小圆,第3个图形有16个小圆,第4个图形有24个小圆……依此规律,第6个图形有_____个小圆。



7. 观察下列等式:

$$1^2 - 4 \times 1 \times 2 = -7;$$

$$3^2 - 4 \times 2 \times 3 = -15;$$

$$5^2 - 4 \times 3 \times 4 = -23;$$

...

- (1) 请直接写出第4个等式;
 (2) 根据上述等式的排列规律,猜想第 n 个等式(n 是正整数)。

➔ 能力提高

8. 有一列有规律的数:2,4,6,8,10,12,……,它的每一项可用 $2n$ (n 是正整数)来表示。已知下列有规律的数:1, -2, 3, -4, 5, -6, 7, -8, …。

- (1) 它的每一项可用怎样的式子来表示?
 (2) 它的第100个数是多少?

(3) 2 024 是不是这列数中的数? 如果是, 是第几个数? 如果不是, 请说明理由。

9. 把 2 022 个正整数 $1, 2, 3, 4, \dots, 2\ 022$ 按如图所示的方式排列。

(1) 用如图所示的方式框住表中任意 4 个数, 记左上角的一个数为 x , 则另三个数用含 x 的式子表示, 从小到大依次是 _____, _____, _____ (请直接填写答案);

(2) 用(1)中的方式框住的 4 个数之和可能等于 2 024 吗? 如果可能, 请求出 x 的值; 如果不可能, 请说明理由。

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	32	33	34	35
36	37	38	39	40	41	42
					

10. 观察下面一列有规律的数:

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{1}{20}, \frac{1}{30}, \frac{1}{42}, \dots$$

根据规律解答下列各题:

(1) 第 7 个数是什么?

(2) 第几个数是 $\frac{1}{132}$?

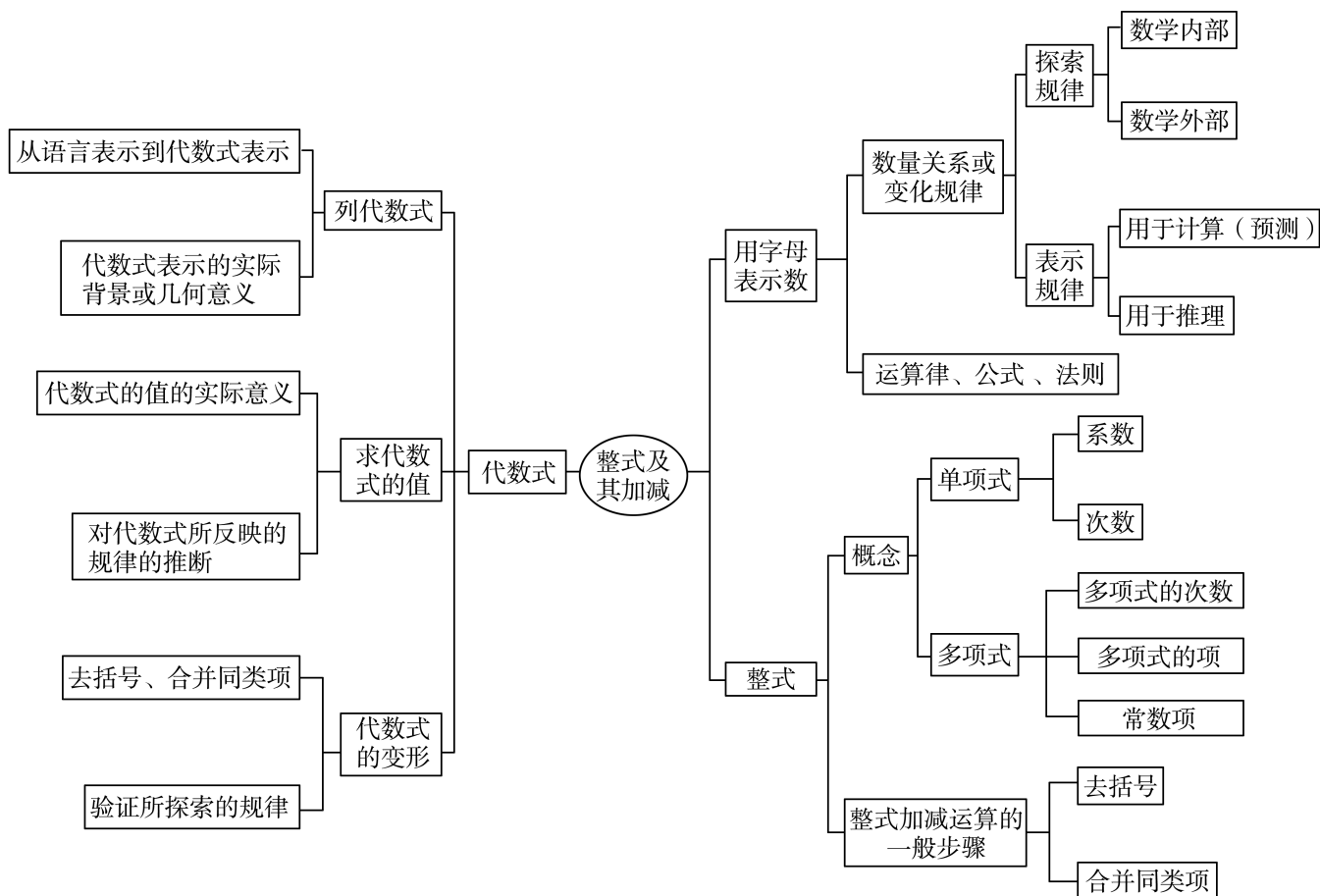
(3) 第 n 个数是什么?

(4) 计算: $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots +$

$$\frac{1}{2\ 022 \times 2\ 023} + \frac{1}{2\ 023 \times 2\ 024}.$$

回顾总结

思维导图



方法点津

1. 整体思想

对于给定的数学问题,按常规方法不易求解时,可打破常规,将具有共同特征的某一项或某一类看成一个整体,根据问题的整体特征,发现问题的内在联系,找到求解的思路,并加以解决,这种方法就是整体思想方法。在代数式的化简与求值问题中,有些题目采用整体代入的方法,可使计算变得简便。

2. 数形结合思想

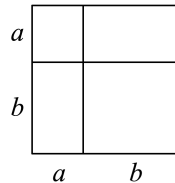
数形结合思想是借助数量关系分析图形的性质或通过图形中的信息提炼或抽象出数量关系。利用数形结合思想解决某些问题可化难为易,直观明了。在探究图形中的规律时,要注意这种数学思想的应用。

本章测试

(满分:100分)

一、选择题(每小题4分,共32分)

1. 给出下列式子:① $3-a$;② $3(x-y)$;③ $a+2a=3a$;④ $5x<4x$;⑤ $a^2-2ab+b^2$ 。其中,是代数式的有 ()
- A. 2个 B. 3个
C. 4个 D. 5个
2. 已知出租车行驶3 km以内(包括3 km)的车费是7元,以后每行驶1 km,再加1元。如果某人坐出租车行驶了 m km(m 是整数,且 $m \geq 3$),则车费是 ()
- A. $(7+m)$ 元 B. $(4+m)$ 元
C. $(7-m)$ 元 D. $(3+m)$ 元
3. 下列各式中,与 $a-b-c$ 不相等的是 ()
- A. $a-(b+c)$
B. $a-(b-c)$
C. $(a-b)+(-c)$
D. $(-c)-(b-a)$
4. 下列关于代数式 $3x+5y$ 的背景解释,错误的是 ()
- A. 一个日记本3元,一支钢笔5元,买 x 本日记本和 y 支钢笔共需多少元
B. 弟弟跑步的速度为3 m/s,哥哥跑步的速度为5 m/s。弟弟跑了 x s,哥哥跑了 y s,两人共跑了多少米
C. 一次知识竞赛中,做对一道选择题得3分,做对一道填空题得5分。小帆做对了 x 道选择题,做对了 y 道填空题,则这次竞赛他选择题和填空题共得了多少分
D. 小明读一本书,其中有3天每天读 x 页,5天每天读 y 页,则这本书共有多少页
5. 商店里的一种玩具,进货价为 a 元/件,每件加价 b 元后作为定价出售。若儿童节那天按定价的八折销售,则儿童节那天的售价为 ()
- A. $(a+80\%b)$ 元/件
B. $80\%b$ 元/件
C. $(a+b+80\%)$ 元/件
D. $80\%(a+b)$ 元/件
6. 如图,这个最大的正方形的面积用代数式表示不正确的是 ()



- A. a^2+ab+b^2
B. $a(a+b)+b(a+b)$
C. $(a+b)^2$
D. a^2+b^2+2ab

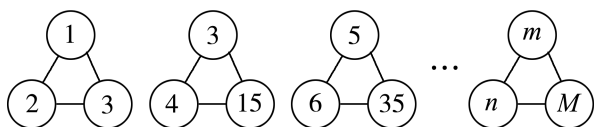
7. 下面是小芳做的一道多项式的加减运算题,但她不小心把一滴墨水滴在了上面:

$$(-x^2 + 3xy - \frac{1}{2}y^2) - (-\frac{1}{2}x^2 + 4xy - \frac{3}{2}y^2) = -\frac{1}{2}x^2 - \text{阴影} + y^2.$$

那么,被墨水遮住的部分是 ()

- A. $(-7xy)$ B. $(-xy)$
C. $7xy$ D. xy

8. 如图,下列各图中的三个数之间均具有相同的规律。根据此规律,图中 M 与 m, n 的关系是 ()



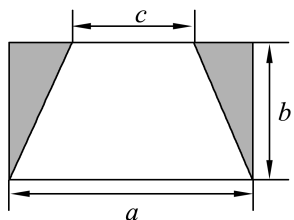
- A. $M=mn$ B. $M=n(m+1)$
C. $M=mn+1$ D. $M=m(n+1)$

二、填空题 (每小题 4 分,共 16 分)

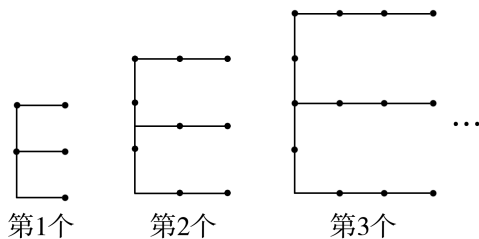
9. 棱长为 $(a+3)$ cm 的正方体的体积是 _____ cm^3 , 表面积是 _____ cm^2 。

10. 代数式 $\frac{1}{2}(2a+3a)b$ 可以解释为 _____。

11. 如图,要在长方形木板上裁出一块梯形木料,则裁下部分(阴影部分)的面积是 _____。



12. 用火柴棒按如图所示的方式摆大小不同的“E”。依此规律,摆第 n 个“E”需要火柴棒的根数为 _____。



三、解答题(共 52 分)

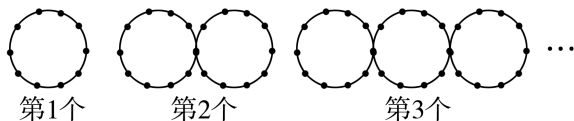
13. (14 分)化简:

(1) $a^2 + 2ab + 3 - 5a^2 - ab;$

(2) $4(m^2 + mn) - 3(2m^2 - mn).$

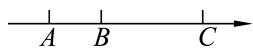
14. (10分)先化简,再求值: $3x-y^2+(4y^2-xy)-2(x-xy)$,其中 $x=-\frac{1}{2}$, $y=3$ 。

15. (14分)为了庆祝元旦,某商场在门前的空地上用花盆摆出如图所示的图案,第1个图案中有10个花盆,第2个图案中有19个花盆……



- (1)第3个图案中有_____个花盆,第4个图案中有_____个花盆;
- (2)根据上述内容,你能得出怎样的规律(用含 n 的代数式表示)?

16. (14分)如图,在数轴上点 A 表示数 a ,点 B 表示数 b ,点 C 表示数 c ,其中 a 是多项式 $-2x^2-3x+1$ 的一次项系数, b 是最大的负整数, c 是单项式 $-\frac{1}{2}x^2y$ 的次数。



(1) $a =$ _____, $b =$ _____, $c =$ _____。

(2)点 A, B, C 开始在数轴上运动,若点 B 和点 C 分别以每秒1个单位长度和每秒3个单位长度的速度向右运动,点 A 以每秒2个单位长度的速度向左运动。 t 秒后,点 A 与点 B 之间的距离用 AB 表示,点 B 与点 C 之间的距离用 BC 表示,则 $AB =$ _____, $BC =$ _____(用含 t 的代数式表示)。

(3)试问: $3BC-2AB$ 的值是否随着时间 t 的变化而变化?若变化,请说明理由;若不变,请求出这个值。